Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

Penerapan Teori Graf pada Topologi Matriks Jaringan Distribusi Radial dalam Menentukan *Losses*

Mohammad Adnan[1,a] dan Zainal Abidin[1,b]

[1] Teknik Elektro, Politeknik Negeri Ujung Pandang, Jl. Perintis Kemerdekaan Km. 10 Tamalanrea 90245, Indonesia
[a] mohammad.adnan@pnsmail.go.id
[b] enal_syamsi@yahoo.com

Abstract- Losses in distribution network of electrical power system with radial system topology can be calculated using Graf Theory. Graf Theory uses nodes and branches that are exist in radial network and convert them in matrices equations. This method is used to determine injection current in losses calculation in every single network branch.

Keyword: Radial, Losses, Teori Graf

Abstrak- Sistem distribusi tenaga listrik yang menggunakan topologi sistem radial dapat dihitung besaran rugi-rugi daya (losses) dengan menggunakan Teori Graf. Teori Graf memanfaatkan adanya node-node dan cabang-cabang pada jaringan radial dengan mengubahnya kedalam bentuk persamaan matriks. Metode ini digunakan untuk menentukan arus injeksi dalam perhitungan losses pada tiap-tiap cabang jaringan.

Kata kunci: Radial, Losses, Teori Graf

I. Pendahuluan

Menurut catatan sejarah karya Euler pada problem jembatan Konigsberg (1735) yang kemudian berujung pada konsep Graf Eulerian merupakan awal dari lahirnya teori graf. Meskipun umurnya yang relatif tua, teori graf sebagai cabang matematika telah berkembang sangat pesat akhir-akhir ini, baik dalam segi pengembangan teori maupun aplikasi di berbagai bidang. Faktor yang pemercepat perkembangan ini adalah seiring dengan perkembangan komputer, dimana komputer mempunyai kemampuan kemampuan dalam mengolah data yang sangat efektif di dalam masalah optimasi skala besar. Bahkan teori graf memberikan kontribusi pengembangan ilmu yang sangat besar dalam pemodelan matriks jaringan sistem kelistrikan dengan jumlah node dan cabang yang besar sangat menguntungkan. Dalam tulisan ini menitikberatkan pada penerapan teori Graf dalam struktur jaringan, pembahasan lebih ditekankan pada aplikasi metrical dengan memanfaatkan teori graf untuk memecahkan masalah pada jaringan yang berstruktur topologi radial. Topologi berarti sesuatu bentuk yang dapat diubah tanpa merubah jumlah elemen pembentukannya (misalnya : jumlah cabang, jumlah node dan lain sebagainya).

Dalam teori Graf ada beberapa unsur penting yang merupakan elemen pembentukan graf itu sendiri. Unsur-unsur tersebut adalah :

a. Cabang

Suatu cabang merupakan suatu segmen garis yang menggambarkan suatu elemen jaringan atau kombinasi dari beberapa elemen yang terhubung antara dua node. Cabang sering juga disebut sisi dari graf.

b. Node

Suatu node merupakan suatu titik yang terletak pada tiap ujung dari cabang, atau juga terletak pada suatu cabang terpencil. Pada umumnya suatu cabang menggambarkan lokasi suatu sumber tegangan atau juga elemen lainnya, sedangkan node terletak pada kedua ujungnya.

c. Subgraph

Subgraph dari suatu jaringan adalah aubaet (bagian) dari cabang-cabang dan node-node dari graph. Subgraph dianggap benar jika subgraph tersebut terdiri atas

Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

cabang-cabang dan node-node, dimana jumlah cabang dan node graph.

d. Connected Graf

Dua graph dikatakan terhubung jika paling sedikit ada satu lintasan antara dua buah node dari kedua graph tadi.

e. Loop

Loop adalah kumpulan dari beberapa cabang-cabang dalam suatu graph yang membentuk suatu lingkaran tertutup.

f. Tree

Suatu tree adalah suatu subgraph yang terhubung oleh semua node dalam graph tersebut tetapi tidak membentuk suatu loop.

II. Topologi Jaringan Radial

Pada umumnya, hampir seluruh jaringan distribusi berstruktur radial. Dibandingkan dengan struktur jaringan yang lainnya, maka struktur jaringan radial memiliki kekhususan, yang dapat dimanfaatkan untuk mempermudah pemecahan masalah-masalah dalam menganalisa jaringan radial. Kekhususan tersebut adalah :

1. Jaringan radial, hanya memiliki satu node sebagai sumber daya, dan untuk selanjutnya kita disebut node nol.
2. Node-node lainnya di dalam jaringan merupakan node beban, berarti bahwa seluruh node dalam sistem jaringan akan mempunyai injeksi arus negative kecuali pada node nol, injeksi arus positif sebab merupakan satu-satunya sumber daya.

Untuk jaringan Distribusi hantaran udara, pada umumnya saluran relatif pendek-pendek, dan efek kapasitansi saluran dapat diabaikan. Dengan demikian saluran dapat direferentasikan sebagai saluran 2 kutub. Untuk jaringan distribusi yang menggunakan kabel tanah, dimana efek kapasitansi harus diperhitungkan, maka jaringan harus dipresentasikan sebagai jaringan 4 kutub. Berdasarkan prinsip transformasi 4 kutub ke 2 kutub, analisa tetap bisa dilakukan dengan mempresentasikan jaringan dalam representasi 2 kutub.

A. Aliran Daya pada Jaringan Radial

Pengertian analisa daya pada jaringan radial dapat didefinisikan sebagai; besarnya aliran daya atau arus yang mengalir pada setiap cabang dari struktur jaringan.

Hubungan antara arus injeksi dan arus cabang dalam persamaan matriks :

$$[.] = [\ \ ][\ ] \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

Dimana :

[ ] = Matriks arus injeksi pada node i

[ ] = Matriks topologi jaringan

[ ] = Matriks arus cabang

Karena setiap node dalam sistem merupakan node cabang maka arus injeksi akan berharga negatif dan dapat ditulis :

$$= - \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

Dimana :

= Arus injeksi negatif pada node i

Arus cabang dapat dihitung :

Dengan mensub persamaan 1 dan persamaan 2 maka :

$$[\ ] = [\ \ ] \quad [\ ]$$
$$= -[\ \ ] \quad [\ ]$$
$$= [\ ][\ \ ] \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

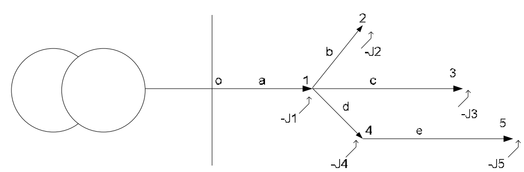
Dimana :

$$[\ ][\ \ ] = -1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

[ ] = Matriks kolom arus injeksi negatif

[ ] = Matriks topologi invers jaringan radial

$[-1]$ = Matriks kesatuan negatif



Gambar 3. Topologi Jaringan Radial

Dengan memperhatikan topologi jaringan radial pada gambar 3 dapat dituliskan sekumpulan persamaan sebagai berikut :

$$= - \quad =$$
$$= \quad - \quad = \quad - \quad = \quad +$$
$$= - \quad =$$

Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

$$= - \quad =$$
$$= - \quad + \quad + \quad + \quad = \quad + \quad + \quad + \quad =$$

Dalam persamaan matriks :

$$\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Dalam bentuk persamaan matriks sederhana :

$$[\ ] = [\ ][\ ] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Matriks [ ]disebut sebagai matriks topologi invers jaringan radial.

Dengan memperhatikan persamaan 4 maka matriks [ ] dapat diturunkan melalui persamaan :

$$[\ ] = [-1][\ ] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Dengan mengamati persamaan 5 maka matriks [ ] dapat diturunkan secara langsung, seperti halnya Matriks Topologi [ ], dengan ketentuan sebagai berikut :

1. Kebalikan dari matriks topologi [ ] maka pada matriks[ ], indeks baris berkaitan dengan cabang dan indeks kolom berkaitan dengan node.
2. Elemen matriks [ ]bernilai +1, bila arus yang sampai ke node melewati cabang b.
3. Elemen matriks [ ] bernilai 0, bila ketentuan (2) diatas tidak terpenuhi.

Jatuh tegangan pada setiap cabang :

$$\Delta \quad = \quad ..$$
$$\Delta \quad = \quad ..$$
$$\Delta \quad = \quad ..$$
$$\Delta \quad = \quad ..$$
$$\Delta \quad = \quad ..$$

Dalam persamaan matriks :

$$[\Delta\ ] = [\ ][\ ] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Dengan mensub persamaan 6 ke persamaan 8 maka :

$$[\Delta\ ] = [\ ][\ ][\ ] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Jatuh tegangan total dari node 0 ke node lainnya dalam sistem :

$$\Delta \quad = \Delta$$
$$\Delta \quad = \Delta \quad + \Delta$$
$$\Delta \quad = \Delta \quad + \Delta$$
$$\Delta \quad = \Delta \quad + \Delta$$
$$\Delta \quad = \Delta \quad + \Delta \quad + \Delta$$

Dan dalam persamaan matriks :

$$[\Delta\ ] = [\ ]\ [\Delta\ ]$$
$$= [\ ]\ [\ ][\ ][\ ] \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$
$$= [\ ][\ ]$$

Dimana :

$$[\ ] = [\ ]\ [\ ][\ ] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Menentukan arus injeksi pada jaringan radial daya injeksi pada node 1 dapat dituliskan :

$$= \quad . \quad * \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

= Tegangan pada node i

$*$ = Arus injeksi konyugat pada node i

Karena seluruh node pada jaringan radial adalah beban. Persamaan arus injeksi dapat ditulis :

$$= \frac{(\qquad)\ (\qquad)}{*} \ldots (13)$$

Untuk node beban : Pgi = 0, Qgi = 0, maka :

$$= \frac{- \quad +}{*} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

Dimana :

Pgi, Qgi= Daya aktif_reaktif produksi pada node i

Pbi, Qbi = Daya aktif_reaktif beban pada node i

Magnitude arus injeksi pada node I dapat dihitung melalui persamaan :

$$|\ | = \frac{\sqrt{\quad + \quad}}{|\ |} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Arus injeksi negatif pada node i :

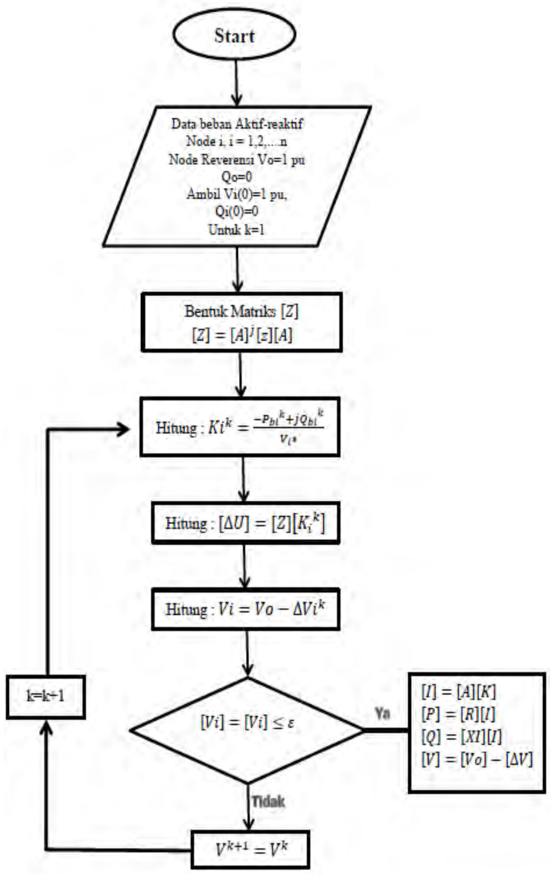
$$= - \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

$$= \frac{-}{*} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

Dan magnitude arus injeksi pada node i :

$$|\quad| = \frac{\overline{\quad + \quad}}{|\;|} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$



B. Contoh kasus

Suatu jaringan distribusi radial 3 fasa 20 KV hantaran udara sebagai seperti diperlihatkan pada gambar 1 dengan susunan penghantar secara horizontal r,s, dan t dengan jarak r-s = s-t = 25 fit penampang penghantar saluran udara A=150 mm^2 (ACSR), panjang saluran 0-1=5 km, 1-2=10 km, 1-3=7 km, dan 3-4=8 km dengan beban node 1=5MVA, cos φ =0.8, node 2=3MVA, cos φ =0.8, node 3=2MVA, cos φ =0.8, dan node 4=2MVA, cos φ =0.6, Lf=0.6 jaringan.

Tentukan :

a. Arus yang mengalir pada tiap cabang dari jaringan, jatuh tegangan pada tiap cabang.
b. Rugi-rugi daya aktif dan daya reaktif.

Daya dasar = 5 MVA
Tegangan dasar = 20 KV

Tabel 1. Hasil perhitungan dalam (pu)

Saluran (i-j)	Rij (pu)	XL(i-j)(pu)	Z (pu)
0-1	0.01599	0.0295	0.03050
1-2	0.03198	0.0590	0.06098
1-3	0.02239	0.0413	0.04640
3-4	0.02559	0.0472	0.05311

Tabel 2. Beban

Node	Pi (pu)=Pib(pu)	Qi(pu)=Qib
1	0.60	0.60
2	0.48	0.36
3	0.24	0.32
4	0.24	0.32

Prosedur Perhitungan

1. $\quad = \quad = 1$

   $= 0$

   Pada iterasi 1 k=1 $\quad = 1$

   $= 0$

2. Membentuk matriks seperti pada persamaan 5, matriks [ ] sebagai matriks topologi invers jaringan jaringan radial.

$$[\;] = \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$[\quad] = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

3. Buat matriks impedansi Z pada saluran.

$$[\ ] = \begin{matrix} 0.0305 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06098 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.04540 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05311 \end{matrix}$$

4. Menghitung jatuh tegangan total node I
   Δ dengan persamaan 10 didapat :

$$\begin{matrix} \Delta \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{matrix} = \begin{matrix} 0.08072 \\ 0.11827 \\ 0.12736 \\ 0.15405 \end{matrix}$$

5. Prosedur perhitungan aliran daya jaringan radial, sama dengan prosedur perhitungan analisa tenaga, dimana tegangan pada node dapat dihitung dengan menggunakan persamaan dengan tegangan dasar 20 KV didapat :

$$= \quad - \Delta$$

$$= \begin{matrix} 0.91928 \\ 0.88173 \\ 0.87264 \\ 0.84595 \end{matrix} \ 20$$

6. Arus yang mengalir pada tiap cabang dari jaringan, melalui persamaan 8 dengan Arus Dasar 144.338 A didapat:

$$= \begin{matrix} 2.6461 \\ 0.61538 \\ 1.00512 \\ 0.50256 \end{matrix} \ 144.338$$

7. Rugi Daya Aktif Jaringan $(\ )$ dengan Daya Dasar 5 MVA dihitung dengan rumusan dasar

$$(\ ) = (\ )\ [\ (\ -\ )]$$

Sehingga didapat :

$$= \begin{matrix} 0.11196 \\ 0.01211 \\ 0.02262 \\ 0.00646 \end{matrix} \ 5$$

8. Rugi Daya Reaktif Jaringan $(\ )$ dengan Daya Dasar 5 MV dapat ditentukan dengan rumusan $[\ (\ -\ )] =$ $[\ ][\ (\ -\ )]$

Sehingga didapat :

$$= \begin{matrix} 0.20656 \\ 0.02234 \\ 0.04172 \\ 0.0596 \end{matrix} \ 5$$

III. Kesimpulan

Pada pembentukan Matriks [ ]

- Seluruh elemen diagonal bernilai 1.
- Seluruh elemen dibawa diagonal bernilai 0.
- Elemen-elemen diatas diagonal bernilai 1 atau 0.
- Dengan teori graf memasukkan pengaruh efek kapasitansi cukup menambahkan arus injeksi pada setiap node dari jaringan.

Journal INTEK, April 2016, Volume 3 (1): 24-29

Daftar Pustaka

[1] Yusra Sabri "PerencanaanDistribusi Sistem Tenaga Listrik" ITB 1991.

[2] Erwin Kreywszig "Advance Engineering Mathematics" 1988.

[3] Turan Gonen "Electric Power Distribution System Engineering" University of Missori ot Colombia 1986.

[4] William H. Kersting *"Distribution system Modeling and Analysis"* Includes bibliographical referencesand indes. ISBN 0-8493-0812-7/2001

[5] Richard E. Brown "Electric Power Distribution Reliability" ABB Raleigh, North Carolina 2002.

[6] Roy Billintion and Ronald N. Allan *"Reliability Evaluation of Power Systems"* university of saskatchewan college of Engineering Saskatoon, Saskatchewan, Canada. University of Manchester Institute of Science and Technology Manchester, England. 1994.

[7] James j. Burke *"Power Distribution Engineering Fundamental and Applications"* department of Electrical Engineering The Ohio State University Columbus, Ohio 2000.

[8] IEEE *"Recommended Practite for the Desing of Reliable Industrial and Commercial Power Systems"*(ANSI) IEEE Std 493-1990.

[9] A.A Choundhury and D.O.Koval *"Value-based distribution Systems realibility palnning"* IEEE Trans. Ind.Applcat, vol.34,pp.23-29 jan 1998.

[10] R.E Brown and T.M, Taylor, *"Modelling the impact of substations an distribution reliability"* IEEE Power System. Vol 14,pp 260-265, Jan 2002.